

ESTABILIDAD DE SISTEMAS

Introducción

Antiguamente cuando se usaban máquinas alternativas para mover generadores, aparecían en las fuerzas electromotrices y en las frecuencias oscilaciones las cuales originaban en los motores sincrónicos conectados oscilaciones mecánicas, las cuales si coincidían con la frecuencia natural del sistema mecánico, provocaban en algunos casos la pérdida del sincronismo. En consecuencia, la estabilidad de los sistemas de potencia esta referida al sincronismo que deben mantener las fem de los generadores que forman parte del sistema y las fem de los motores.

También podríamos definir a la estabilidad como “La tendencia de un sistema o de sus partes componentes a desarrollar fuerzas para mantener el sincronismo y el equilibrio”

Consideremos un motor conectado a una red a través de un transformador. La energía suministrada al motor depende de la tensión de la red, la tensión interna del motor (E_m) y el ángulo de defasaje entre ambas (Esta última definida por la posición del rotor).

Si aumenta la carga mecánica solicitada al motor, este no la podrá suministrar hasta que no aumente la potencia eléctrica tomada de la red. Por lo tanto el motor marchará mas despacio y el defasaje entre ambas tensiones aumentará. Durante este período el exceso de carga mecánica solicitada al motor, la suministra el mismo a expensas de su energía cinética (disminuye la velocidad).

El aumento del defasaje de las tensiones, hará que aumente la potencia eléctrica tomada por el motor, con lo que éste aumentará su velocidad y disminuirá el ángulo de potencia.

Si el aumento de la carga mecánica sobre el motor fue razonable, la velocidad de éste oscilará alrededor del nuevo punto de equilibrio y no habrá pérdida de la estabilidad.

Los estudios de estabilidad se dividen en tres a saber:

1. Estabilidad en régimen permanente: Esta relacionada con el máximo flujo de energía que puede fluir por una línea o punto determinado, sin que haya pérdida del sincronismo; siempre y cuando el flujo de energía se haya aumentado gradual y lentamente.
2. Estabilidad dinámica: Esta relacionada con el máximo flujo de energía frente a pequeñas perturbaciones del sistema, tales como un aumento o disminución de la carga, pequeñas variaciones de la velocidad de la turbina etc.
3. Estabilidad en régimen transitorio: Esta relacionada con el máximo flujo de energía que puede fluir por una línea o punto determinado, sin que haya pérdida del sincronismo cuando se presentan bruscas perturbaciones tales como un corto circuito, una pérdida de carga, la apertura de una fase, etc.

Los límites de estabilidad están relacionados con los ángulos de potencia relativos entre las fem de los generadores y/o motores. Estos límites son generalmente menores en el régimen transitorio.

De un simple análisis de los fenómenos que ocurren al producirse pequeñas o grandes perturbaciones en un sistema, inmediatamente se deduce que el problema

es tanto mecánico como eléctrico por lo que el modelado debería hacerse a través de un conjunto inercia-resorte, con la inercia por el lado mecánico y el resorte por el lado eléctrico, haciendo que a través de una mayor o menor entrega de energía el sistema oscile en forma amortiguada o amplificada.

Comenzaremos estudiando la estabilidad permanente en el caso de un motor o un generador conectado a una barra infinita (Entendiendo por barra infinita aquella en la cual se mantiene la tensión y la frecuencia constante).

ESTABILIDAD EN RÉGIMEN PERMANENTE

En condiciones de régimen permanente un sistema formado por un generador, una línea y un motor se pueden representar como en la Fig.1

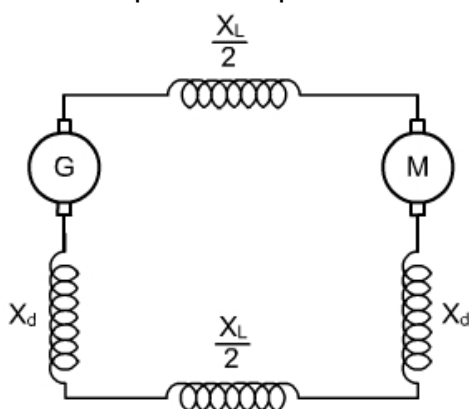


Fig. 1

En este caso hemos despreciado las resistencias de las máquinas y de la línea.

Recordando las ecuaciones del diagrama del círculo para las potencias del extremo transmisor y receptor, las podemos aplicar al sistema de la Fig1, cambiando V_s y V_r por las tensiones detrás de las reactancias sincrónicas del generador y del motor y P_s y P_r por las potencias del generador y del motor (P_g y P_m).

$$\text{Motor: } P_m = \frac{|E_g| \cdot |E_m|}{|B|} \cdot \cos(\beta - \delta) - \frac{|A| \cdot |E_m|^2}{|B|} \cdot \cos(\beta - \alpha) \quad [1]$$

$$\text{Generador: } P_g = \frac{|E_g| \cdot |E_m|}{|B|} \cdot \cos(\beta - \delta) + \frac{|D| \cdot |E_m|^2}{|B|} \cdot \cos(\beta - \Delta) \quad [2]$$

Las potencias máximas del generador $P_{g \text{ máx}}$ y del motor $P_{m \text{ máx}}$ serán:

$$P_{m \text{ máx}} = \frac{|E_g| \cdot |E_m|}{|B|} - \frac{|A| \cdot |E_m|^2}{|B|} \cdot \cos(\beta - \alpha) \quad [3]$$

$$P_{g \text{ máx}} = \frac{|E_g| \cdot |E_m|}{|B|} + \frac{|D| \cdot |E_m|^2}{|B|} \cdot \cos(\beta - \Delta) \quad [4]$$

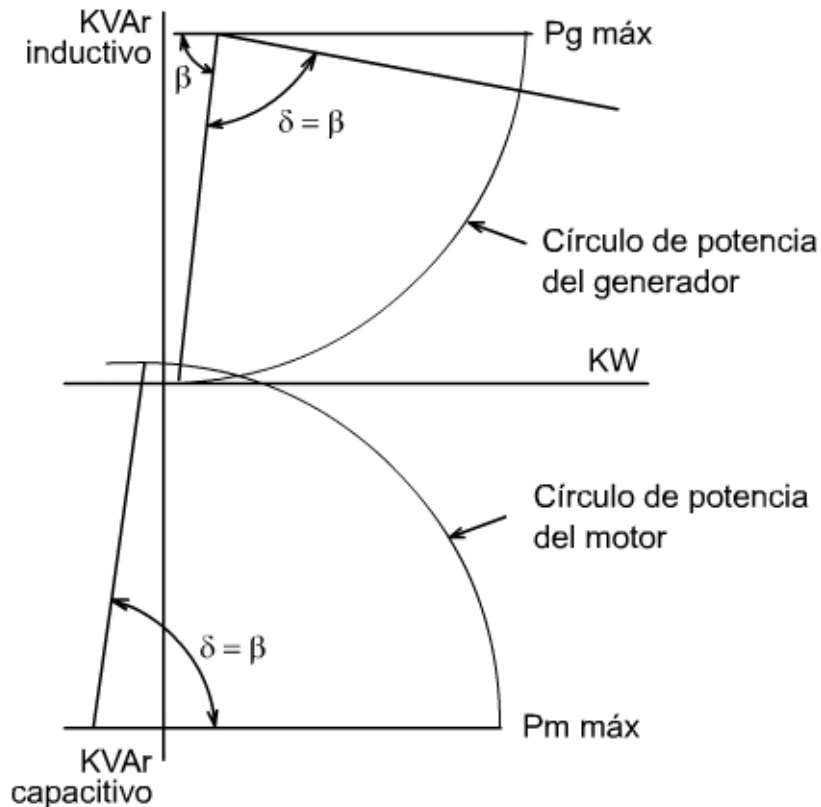


Fig 2

La Fig 2 nos muestra la $P_{m \text{ máx}}$ y representa el punto en que el motor desarrolla la máxima potencia (Cuando $\delta = \beta$). Pero si se aumenta aún mas la carga sobre el árbol del motor δ seguirá aumentando ya que para entregar la potencia exigida el motor tendrá que disminuir la velocidad. Al aumento de δ le seguirá una disminución de la potencia entregada al motor o tomada por este. Este proceso continua hasta que el motor pierde el sincronismo.

Si se desprecia la resistencia y las admitancias paralelo, el diagrama unifilar de secuencia positiva, donde se han incluido las reactancias sincrónicas de las máquinas y de la línea es el siguiente:

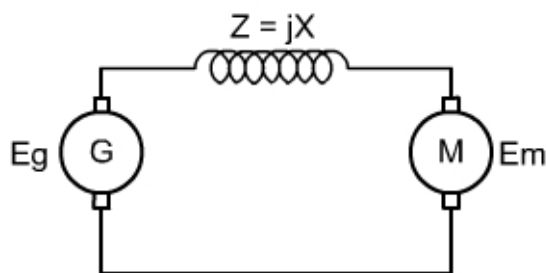


Fig 3

Las constantes generalizadas de la línea valdrán:

$$A = 1^{\angle 0^\circ}; B = |X|^{\angle 90^\circ}; C = 0; D = 1^{\angle 0^\circ}$$

Las ecuaciones 1 a 4 quedarán:

$$P = \frac{|E_g| \cdot |E_m|}{|X|} \cdot \sin \delta \quad [5]$$

$$P_{\text{máx}} = \frac{|E_g| \cdot |E_m|}{|X|} \quad [6]$$

Si se desprecia simultáneamente la resistencia serie y la admitancia en paralelo, se obtiene como límite de estabilidad en régimen permanente un valor más elevado que el realmente existente (Comparar las ecuaciones [3] y [6]). Sin embargo cabe destacar que la resistencia y la admitancia juegan papeles contrarios, por lo que despreciando a ambos se obtienen resultados suficientemente satisfactorios.

Por otra parte la ecuación 5 nos muestra las variables que podrían ayudar a mejorar la estabilidad. Veamos algunos casos:

1. Por ejemplo aumentando E_g y E_m , para una potencia constante, disminuirá el ángulo δ .
2. Disminuyendo X (Que se consigue por ejemplo colocando dos líneas en paralelo), para una potencia a transmitir constante, hará disminuir el ángulo δ .
3. Colocando capacitores en serie, además de poder regular la tensión se aumenta la estabilidad ya que es una forma virtual de disminuir la reactancia serie de la línea.

4. ESTABILIDAD EN RÉGIMEN TRANSITORIO

Previo al planteo de las ecuaciones fundamentales con las cuales estudiaremos el fenómeno, haremos un breve repaso de las magnitudes mecánicas más importantes.

Traslación			Rotación		
Longitud	s	metro	Desplazamiento	$\theta = \frac{S}{r}$	radian
Masa	m	Kg	Momento de Inercia	$I = \int r^2 \cdot dm$	$\text{Kg} \cdot \text{m}^2$
Tiempo	t	seg.	Tiempo	t	seg.
Velocidad	$v = \frac{ds}{dt}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	Velocidad angular	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$	$\frac{\text{radian}}{\text{seg}}$
Aceleración	$a = \frac{dv}{dt}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	Aceleración angular	$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$	$\frac{\text{radian}}{\text{seg}^2}$
Fuerza	$F = m \cdot a$	Newton	Par	$* T = F \cdot r = I \cdot \alpha$	Joules
Cantidad de movimiento	$M = m \cdot v$	Newton · seg	Momento angular o Cinético	$M = I \cdot \omega$	Joules · seg
Trabajo	$W = \int F \cdot ds$	Joules	Trabajo	$W = \int T \cdot d\theta$	Joules
Potencia	$P = \frac{dW}{dt}$	Vatio	Potencia	$P = \frac{dW}{dt} = T \cdot \omega$	Vatio

$$* T = \underbrace{m \cdot r^2}_{\alpha} \cdot \underbrace{\frac{\theta^2}{t^2}}_F = m \cdot \underbrace{\frac{s}{t^2}}_F \cdot r = F \cdot r \quad [s = \theta \cdot r]$$

La energía cinética de un cuerpo con movimiento de rotación vale:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 \quad [\text{Joules}] \quad [7]$$

De la ecuación 7 podemos deducir las unidades de $I = \left[\frac{\text{Joules} \cdot \text{s}^2}{\text{rad}^2} \right]$ y el momento

$$\text{angular o cinético } M = I \cdot \omega = \left[\frac{\text{Joules} \cdot \text{s}}{\text{rad}} \right]$$

Normalmente M se mide en $\left[\frac{\text{MJoules} \cdot \text{s}}{^\circ \text{eléctricos}} \right]$. Esta constante, si bien identifica una máquina, no permite caracterizarlas por tipo. Para ello se define una nueva constante H a la que conoce como constante de inercia y se define de la siguiente manera:

$$H = \frac{E_c}{G} = \frac{\text{Energía almacenada [MJ]}}{\text{Régimen de la máquina [MVA]}}$$

$$\text{De donde } E_c = G \cdot H \text{ y como } E_c = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \omega \quad [8]$$

De las anteriores se puede obtener:

$$H = \frac{E_c}{G} = \frac{1}{2} \cdot \frac{M \cdot \omega}{G} \text{ o también } M = \frac{2 \cdot G \cdot H}{\omega} \quad [9]$$

Si ω se mide en $\left[\frac{^\circ \text{eléctricos}}{s} \right]$ luego $\omega = 360 \cdot f$, donde f = frecuencia

$$M = \frac{2 \cdot G \cdot H}{360 \cdot f} = \frac{G \cdot H}{180 \cdot f} \left[\frac{\text{MJ} \cdot s}{^\circ \text{eléctricos}} \right] \quad [10]$$

La siguiente tabla muestra valores de la constante H por tipo de máquina

Tipo de máquina	$H \left[\frac{\text{MW} \cdot s}{\text{MVA}} \right]$
Turbogenerador con condensación 1800 rpm	9-6
3000 rpm	7-4
Sin condensación 3000 rpm	4-3
Generador de turbina hidráulica	
Baja velocidad (<200 rpm)	2-3
Alta velocidad (>200 rpm)	2-4
Compensadores sincrónicos	
Grande	1.00
Pequeño	1.25

La tabla anterior muestra que la constante de inercia H es considerablemente mayor para los turbogeneradores que para las máquinas hidráulicas.

En los turbogeneradores a vapor, del total de la inercia del conjunto, del 30 al 60% corresponde a la máquina primaria de impulsión. En cambio en los grupos hidráulicos la inercia de la máquina hidráulica es solo del 4 al 15% incluyendo el agua.

También existen expresiones que nos permiten calcular E_c y H a partir de datos de peso (W) y radio (R) de las partes giratorias.

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega \cdot R^2}{32,2} \left[\frac{2\pi(\text{rpm})}{60} \right]^2 \text{ pie} \cdot \text{Lb} \quad [11]$$

$$\therefore H \cong \frac{\frac{746}{550} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{2} \frac{W \cdot R^2}{32,2} \left[\frac{2\pi(\text{rpm})}{60} \right]^2}{\text{MVA de régimen}} \quad [12]$$

$$H \cong \frac{2,31 \cdot 10^{-6} \cdot W \cdot R^2 (\text{rpm})^2}{\text{MVA de régimen}} \quad [13]$$

ECUACION DE OSCILACION

Imaginando un conjunto moto-generador o un conjunto motor-carga mecánica. Mientras funcionan normalmente, existe un equilibrio entre los pares mecánicos y eléctricos. Pero si en un instante dado se produce algún fenómeno que altere este equilibrio, aparece un par acelerante T_a , el cual será el responsable de todo un fenómeno transitorio, en el cual estarán involucradas variables mecánicas y eléctricas. Este fenómeno se puede modelar mediante la ecuación de oscilación. Despreciando los pares de rozamiento y pérdidas en general, podemos escribir:

$$T_a = T_s - T_e \quad [14]$$

Donde:

T_a = Par acelerante

T_e = Par eléctrico

T_s = Par mecánico en el eje

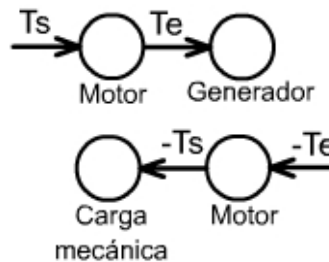


Fig
4

En el caso de un conjunto moto-generador por ejemplo habrá aceleración cuando T_s sea positivo y T_e positivo, lo que significa que el par mecánico en el eje es superior al par eléctrico demandado. En caso contrario habrá una desaceleración.

Por su parte en el caso del conjunto motor-carga mecánica, ambos valores son negativos para indicar entrada eléctrica y salida mecánica.

Para la ecuación de potencias se cumple una fórmula similar:

$$P_a = P_s - P_e \quad [15], \quad \text{Además: } P_a = T_a \cdot \omega = I \cdot \alpha \cdot \omega = M \cdot \alpha \quad [16]$$

Pero: $\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ [17] (Es la aceleración tomando como referencia un eje fijo a partir del cual medimos θ)

También es posible calcular la aceleración a partir de un eje de referencia móvil que gira a velocidad constante ω_s que corresponde a la velocidad sincrónica. En tal caso la aceleración la podemos obtener a partir de la siguiente:

$$\theta = \omega_s \cdot t + \delta \quad [18]. \quad \text{Derivando dos veces:}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_s + \frac{d\delta}{dt} \quad [19] \quad \text{y} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2\delta}{dt^2} = \alpha \quad [20]$$

Vemos en consecuencia que la aceleración se puede calcular indistintamente con respecto a un eje fijo o a un eje móvil.

$$\text{Reemplazando en la [20] en [16] resulta: } P_a = P_s - P_e = M \cdot \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad [21]$$

La [21] es la ecuación de oscilación, cuya solución nos permitirá determinar el ángulo δ en función del tiempo. En dicha expresión se considera que $M = \text{cte.}$ a

pesar de que varia con ω , pero como la velocidad angular esta muy próxima a la de sincronismo es válida dicha suposición.

También $P_s = \text{cte}$, pues a pesar de que la máquina de accionamiento primaria puede tener un regulador de velocidad, este no actúa hasta que la variación de velocidad no sea por lo menos del 1% y además su respuesta no es instantánea.

Reemplazando en [23] el valor dado por [5] para P_e , tendremos:

$$P_a = P_s - \frac{E_g \cdot E_m}{X} \cdot \sin \delta = M \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad [22]$$

$$\text{O también: } P_s - P_{\text{máx}} \cdot \sin \delta = M \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad [23]$$

Cabe destacar que la reactancia X que se debe usar es la transitoria pues el rotor de la máquina cambia constantemente de posición respecto a la fmm del inducido.

Normalmente y para un caso sencillo de una sola máquina, la solución formal de la ecuación [23] solo es factible si $P_s=0$, en caso contrario hay que recurrir al método del punto por punto.

La representación gráfica de la solución de [23] nos da la curva de oscilación $\delta = f(t)$, la cual nos indicará si el sistema permanece estable o no.

CRITERIO DE IGUALDAD DE AREAS

Una alternativa previa a la resolución de la ecuación de oscilación, es este criterio de igualdad de áreas, a partir del cual podemos decir si un sistema permanecerá estable y es aplicable en aquellos casos en que $P_s = \text{cte}$, la red es puramente reactiva y la tensión detrás de la reactancia transitoria también es cte. Este criterio no es aplicable a un sistema multimáquinas.

Como vimos, la ecuación de oscilación aplicable a una máquina conectada a una barra infinita o a dos máquinas es la [21] y sobre esta expresión trabajaremos.

$$M \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_s - P_e \quad [24], \text{ Multiplicando por } d\delta/dt: M \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} \cdot \frac{d\delta}{dt} = (P_s - P_e) \cdot \frac{d\delta}{dt} \quad [25]$$

$$\text{Operando: } \frac{1}{2} \cdot M \cdot \frac{d\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2}{dt} = (P_s - P_e) \cdot \frac{d\delta}{dt} \quad [26]$$

Reagrupando, multiplicando m a m por dt e integrando resulta :

$$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = \int_{\delta_0}^{\delta} 2 \cdot \frac{(P_s - P_e)}{M} \cdot d\delta \quad [27]$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \sqrt{\int_{\delta_0}^{\delta} 2 \cdot \frac{(P_s - P_e)}{M} \cdot d\delta} \quad [28]$$

Donde δ_0 = Angulo de par cuando la máquina funciona sincrónicamente.

Antes de cualquier perturbación $\frac{d\delta}{dt} = 0$ e igualmente después de cualquier perturbación, o al menos cuando δ deja de aumentar también $\frac{d\delta}{dt} = 0$

Para que la ecuación [28] se haga igual a cero, es suficiente con que la integral sea cero es decir:

$$\int_{\delta_0}^{\delta} 2 \cdot \frac{(P_s - P_e)}{M} \cdot d\delta = 0 \quad [29]$$

La expresión [28] debe interpretarse como que δ dejo de aumentar, pero podría seguir variando hasta que se anulen finalmente las variaciones o se pierda la estabilidad.

La Fig 5 juntamente con el cuadro que le sigue, da una idea concreta de los valores que toman las variables en juego en el caso de un motor conectado a una barra infinita cuando se produce un aumento brusco de la carga mecánica aplicada al motor

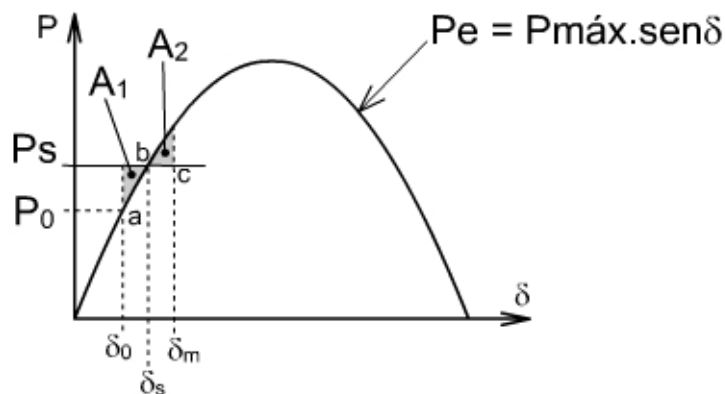


Fig 5

Posición en el ciclo	V. del motor	Áng. Par	Pot. Elec.	Energía almacenada	El sist. giratorio sufre una:
En el punto a	$\omega = \omega_s$ decreciente	$\delta = \delta_0$ mínimo	$P_e < P_s$ mínimo	$W = W_s$ decreciente	desacelera
Desde a hacia b	$\omega < \omega_s$ decreciente	creciente	$P_e < P_s$ creciente	$W < W_s$ decreciente	desacelera
En el punto b	$\omega < \omega_s$ mínimo	$\delta = \delta_s$ creciente	$P_e = P_s$ creciente	$W < W_s$ mínimo	
Desde b hacia c	$\omega < \omega_s$	creciente	$P_e > P_s$	$W < W_s$ creciente	aceleración
En el punto c	$\omega = \omega_s$	$\delta = \delta_m$ máximo	$P_e > P_s$ máximo	$W = W_s$ creciente	aceleración
Desde c hacia b	$\omega > \omega_s$ creciente	decreciente	$P_e > P_s$ decreciente	$W > W_s$ decreciente	aceleración
En el punto b	$\omega > \omega_s$ máximo	$\delta = \delta_s$ decreciente	$P_e = P_s$ decreciente	$W = W_s$ máximo	
Desde b hacia a	$\omega > \omega_s$ decreciente	decreciente	$P_e > P_s$ mínimo	$W > W_s$ decreciente	Desacelera
En el punto a	Se repite el ciclo anterior				

APLICACIONES DEL CRITERIO DE IGUALDAD DE AREAS

Analizaremos mediante el criterio de igualdad de áreas el caso de una central interconectada mediante doble línea a una barra infinita.

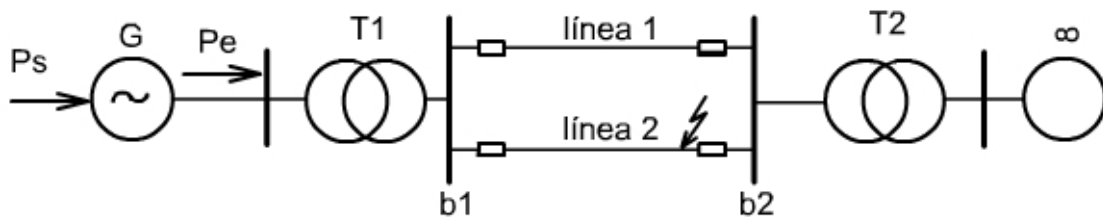


Fig 6

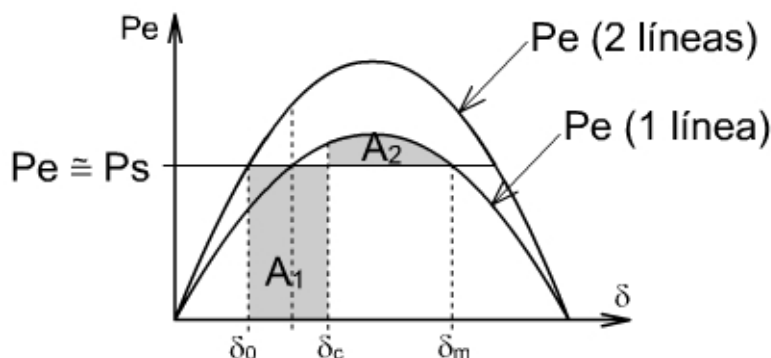


Fig 7

Comenzaremos el análisis suponiendo que se está transmitiendo potencia por las dos líneas y el ángulo de potencia en esas condiciones es $\delta = \delta_0$. En esas condiciones se produce una falla sobre la línea 2, que hace que deje de transmitirse potencia hacia la barra 2. Como consecuencia de la falla, la potencia transmitida originalmente con las dos líneas cae a cero.

Supongamos que esta situación se mantiene; en consecuencia aparecerá un par acelerante que hace que el ángulo de potencia aumente hasta un valor $\delta = \delta_c$. En el instante correspondiente a dicho valor se elimina la línea averiada, actuando para ello los interruptores de ambos extremos de la línea 2. A partir de ese instante el sistema queda reducido a una sola línea, pasando a transmitir una potencia superior a la original y con un ángulo de potencia $\delta = \delta_c$. Durante el intervalo que va desde δ_0 hasta δ_c el conjunto motogenerador incrementó su velocidad aumentando su energía cinética en forma proporcional al área A_1 . Como consecuencia del incremento de la energía cinética el ángulo δ continuará aumentando pero con una aceleración negativa por cuanto la potencia Pe suministrada a la barra infinita desde δ_c hasta δ_m es superior a la potencia mecánica entregada por el motor de impulsión del generador.

El área A_2 es proporcional al exceso de energía que el generador está entregando a la barra infinita.

La igualdad de las áreas A_1 y A_2 indicará la estabilidad del sistema, lo que puede interpretarse físicamente como la posibilidad de devolver a la barra infinita el exceso de energía cinética acumulada durante la permanencia de la falla.

En términos generales la estabilidad será posible siempre que $A_2 > A_1$.

A diferencia de la estabilidad en régimen permanente aquí es posible superar el ángulo límite de 90° .

Veamos ahora el caso similar al anterior pero cuando la falla ocurre en un punto intermedio de la línea 2. La potencia transmitida no cae a cero como lo demuestra la red de secuencia positiva de las Fig 8 y Fig 9.

En este caso, hasta la eliminación de la falla (Sacando de servicio a la línea 2), tendremos tres estados posibles de funcionamiento a saber:

- 1) Con dos líneas,
- 2) Durante de la falla
- 3) Con una línea.

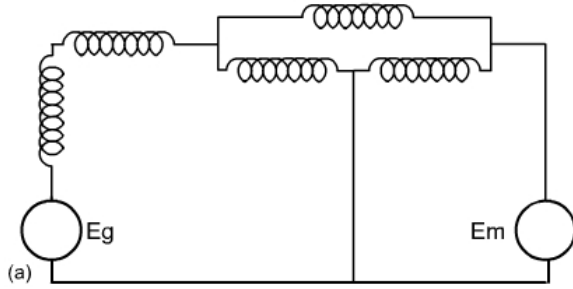
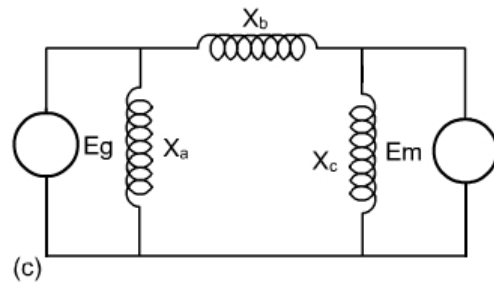


Fig 8



(c)

Fig 9

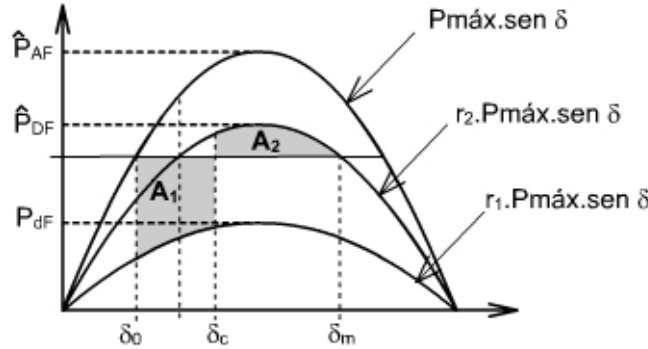


Fig 10

La Fig 10 muestra que sobre la senoide superior se transmite potencia con dos líneas, sobre la senoide inferior se transmite potencia reducida con la línea 1 y la senoide intermedia corresponde a la potencia transmitida una vez sacada de servicio la línea averiada.

Al igual que en el caso anterior la posible estabilidad quedará condicionada a la igualdad de las áreas A1 y A2, siendo A1 representativa del exceso de energía cinética y A2 del exceso de energía eléctrica entregada a la barra infinita.

En general para que haya estabilidad $A2 > A1$. El caso límite se da para un ángulo límite $\delta = \delta_c$. Este ángulo puede determinarse a partir de la igualdad de las áreas $A1 = A2$ como veremos a continuación:

$$r_1 = \frac{\text{Pmáx durante el fallo}}{\text{Pmáx antes del fallo}} = \frac{\hat{P}_{dF}}{\hat{P}_{AF}} \quad [30] \quad r_2 = \frac{\text{Pmáx después del fallo}}{\text{Pmáx antes del fallo}} = \frac{\hat{P}_{DF}}{\hat{P}_{AF}} \quad [31]$$

$$A1 = P_s \cdot (\delta_c - \delta_0) - \int_{\delta_0}^{\delta_c} r_1 \cdot \hat{P}_{AF} \cdot \text{sen} \delta \cdot d\delta \quad [32]$$

$$A1 = P_s \cdot (\delta_c - \delta_0) + r_1 \cdot \hat{P}_{AF} (\cos \delta_c - \cos \delta_0) \quad [33]$$

$$A2 = \int_{\delta_c}^{\delta_m} r_2 \cdot \hat{P}_{AF} \cdot \text{sen} \delta \cdot d\delta - P_s \cdot (\delta_m - \delta_c) \quad [34]$$

$$A2 = r_2 \cdot \hat{P}_{AF} (\cos \delta_c - \cos \delta_m) - P_s \cdot (\delta_m - \delta_c) \quad [35]$$

Igualando (33) con (35) y operando, resulta:

$$\delta_c = \arccos \left[\frac{\left(\frac{P_s}{\hat{P}_{AF}} \right) \cdot (\delta_m - \delta_0) + r_2 \cdot \cos \delta_m - r_1 \cdot \cos \delta_0}{r_2 - r_1} \right] \quad [36]$$

$$P_s = \hat{P}_{AF} \cdot \sin \delta_0 \therefore \delta_0 = \arcsin \left(\frac{P_s}{\hat{P}_{AF}} \right) < 90^\circ \quad [37]$$

$$P_s = r_2 \cdot \hat{P}_{AF} \sin \delta_m \therefore \delta_m = \arcsin \left(\frac{P_s}{r_2 \cdot \hat{P}_{AF}} \right) > 90^\circ \quad [38]$$

CONSTRUCCION PASO A PASO DE LA CURVA DE OSCILACIÓN

El criterio de igualdad de áreas, tal como vimos, nos permite determinar el ángulo crítico, es decir el ángulo δ_c para el cual hay que aislar o eliminar la falla si queremos lograr la condición de estabilidad del sistema frente a una perturbación. Pero en cambio no nos permite determinar el tiempo límite en el cual hay que aislar la falla.

En el caso que quisiéramos elegir un interruptor, habría que proponerse una falla que permita la menor transferencia de potencia durante la falla y que fuera la mas grave desde el punto de vista de la estabilidad. Con respecto a esto último diremos que en orden creciente de gravedad las fallas son:

1. Falla de línea a tierra
2. Falla de línea a línea
3. Falla de doble línea a tierra
4. Falla trifásica

La determinación de la función $\delta = f(t)$ (Curva de oscilación), nos permitirá determinar el tiempo correspondiente a cualquier ángulo de potencia y en particular al ángulo crítico de corte determinado este último, por el criterio de igualdad de áreas.

Para la determinación de la curva de oscilación, habrá que resolver paso a paso la ecuación diferencial de 2º orden [23]. Esta resolución se hace en base a las siguientes hipótesis:

- La potencia acelerante P_a calculada al comienzo de un intervalo es constante desde la mitad del intervalo precedente hasta la mitad del intervalo considerado.
- La velocidad angular es constante durante cualquier intervalo considerado e igual al valor calculado para la mitad del intervalo.

Por supuesto que ninguna de las dos hipótesis son ciertas, pero tomando intervalos de tiempo pequeños, éstas pueden considerarse como verdaderas, aproximándonos a la curva real $\delta = f(t)$.

Las figuras 11, 12 y 13 nos aclaran las hipótesis precedentes

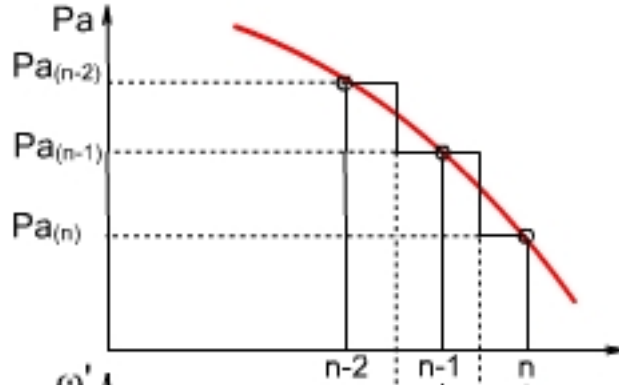


Fig 11

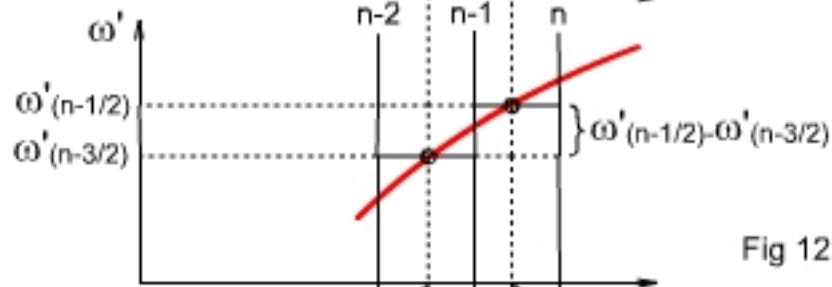


Fig 12

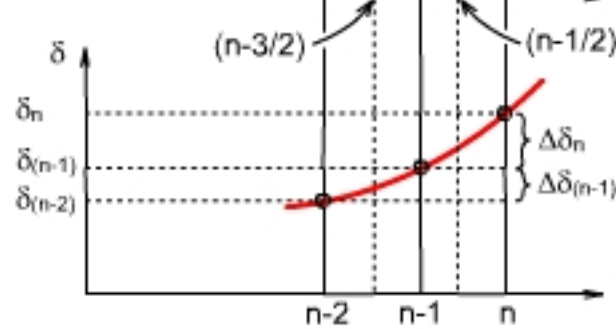


Fig 13

De las Figuras 11, 12 y 13 podemos deducir las siguientes expresiones:

$$\omega'_{(n-\frac{1}{2})} - \omega'_{(n-\frac{3}{2})} = \frac{d^2\delta}{dt^2} \cdot \Delta t = \frac{Pa_{(n-1)}}{M} \cdot \Delta t \quad [39]$$

$$\Delta\delta_{(n-1)} = \delta_{(n-1)} - \delta_{(n-2)} = \Delta t \cdot \omega'_{(n-\frac{3}{2})} \quad [40]$$

$$\Delta\delta_n = \delta_n - \delta_{(n-1)} = \Delta t \cdot \omega'_{(n-\frac{1}{2})} \quad [41]$$

$$\Delta\delta_n - \Delta\delta_{(n-1)} = \Delta t \cdot \left(\omega'_{(n-\frac{1}{2})} - \omega'_{(n-\frac{3}{2})} \right) \quad [42]$$

Remplazando [39] en la [42] resulta :

$$\Delta\delta_n - \Delta\delta_{(n-1)} = (\Delta t)^2 \cdot \frac{Pa_{(n-1)}}{M} \quad [43]$$

$$\Delta \delta_n = \Delta \delta_{(n-1)} + \frac{Pa_{(n-1)}}{M} \cdot (\Delta t)^2 \quad [44]$$

La ecuación [44] de acuerdo con las hipótesis enunciadas, permite calcular los incrementos de ángulos de potencia $\Delta \delta_n$ conociendo el incremento para un intervalo precedente $\Delta \delta_{n-1}$ y la potencia acelerante en dicho intervalo.

Los incrementos de tiempo Δt usuales oscilan entre 20 y 50 ms.

ALGUNOS FACTORES QUE AFECTAN A LA ESTABILIDAD EN REGIMEN TRANSITORIO

El exámen de la ecuación [44] nos muestra que un aumento de M disminuye el ángulo de oscilación durante un intervalo de tiempo determinado, lo que permite disponer de un medio de aumentar la estabilidad.

Otras variables que podrían mejorar la estabilidad son:

- Aumento de la tensión del sistema
- Reducción de la reactancia serie, ya sea construyendo líneas en paralelo o conectando capacitores serie (Compensación longitudinal)
- Utilización de interruptores de alta velocidad, incluyendo interruptores de reenganche.
- Utilización de reguladores de tensión rápidos
- En la etapa de diseño, incorporación de lazos de realimentación primaria y secundaria.

ESTUDIO DE ESTABILIDAD EN UN SISTEMA DE N MAQUINAS

Consideraciones generales

Los estudios de estabilidad de un sistema interconectado, integrado por varias centrales, líneas, transformadores y demás componentes del sistema, se realizan aplicando el método paso a paso fijando algunas premisas como veremos. Estos estudios pueden ser realizados utilizando analizadores de redes y mas modernamente programas de computación tales como el EMTP, el ETAP y otros.

En estos estudios entran en consideración los parámetros eléctricos y mecánicos incluidos en la ecuación de oscilación.

Con relación a las centrales eléctricas constituidas por varias máquinas, se rempazan por una máquina equivalente constituida por una fem detrás de la reactancia transitoria.

Si por ejemplo se tratara de estudiar el comportamiento global de las máquinas 1 seg. después de producida la perturbación causante del problema de estabilidad, se podrían agregar las siguientes premisas:

- Se podría despreciar el amortiguamiento
- Se podría despreciar la acción de los reguladores de tensión
- Las cargas no sincrónicas se pueden representar como impedancias constantes.

Planteo del algoritmo de resolución

Recordemos que el planteo que se haga debe llevarnos a la obtención del ángulo δ_i de cada máquina como función del tiempo, tomando como referencia una máquina virtual de inercia infinita y que gire a la velocidad sincrónica.

Para cada una de las máquinas intervinientes y en particular para la máquina genérica i la ecuación de oscilación será:

$$M_i \cdot \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + \alpha_i \cdot \frac{d \delta_i}{dt} + P_{e_i} - P_{s_i} = 0 \quad i=1,2,3,\dots,n \quad [45]$$

P_{s_i} = Potencia mecánica en el eje de cada máquina

P_{e_i} = Potencia eléctrica entregada por cada generador

α_i = constante de amortiguamiento

Según la primera de las premisas, el coeficiente de amortiguamiento es despreciable ya que es función de las potencias asincrónicas entre las máquinas, siendo éstas función de sus velocidades relativas, las cuales son prácticamente nulas.

Las potencias mecánicas de las máquinas se mantienen constantes, puesto que el efecto de los reguladores de admisión prácticamente es despreciable en el intervalo considerado.

$$P_{s_i} = \text{cte} \quad 0 < t < 1$$

La potencia activa que cada generador entrega al sistema esta dada por la siguiente ecuación

$$P_{e_i} = \sum_{j=1}^n E_i \cdot E_j \cdot Y_{ij} \cdot \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad [46]$$

Donde:

E_i, δ_i = Módulo y ángulo de la tensión interna de la máquina i

E_j, δ_j = Módulo y ángulo de la tensión interna de la máquina j

Y_{ij}, θ_{ij} = Módulo y ángulo de la admitancia de transferencia entre los nodos i y j

N = Número de máquinas del sistema

Las ecuaciones [45] y [46] definen el problema en forma de modelos matemáticos. Las condiciones iniciales están dadas por la operación de las máquinas en estado

estático: $\left(\frac{d \delta_i}{dt} = 0, P_{s_i} = P_{e_i} \right)$.

El proceso de cálculo visto físicamente se desarrolla a partir del instante $t = 0^+$, inmediatamente después de la falla. A partir de ese instante el sistema entra en estado de falla, lo cual equivale a una modificación en el diagrama de impedancias, es decir cambia Y_{ij} en la ecuación [46]. Este cambio condiciona una nueva distribución de potencias de las máquinas lo cual a su vez produce nuevas posiciones relativas de los rotores; que se calculan resolviendo la ecuación [45].

Este proceso se repite en forma iterativa en intervalos iguales hasta el instante en que se produce una nueva modificación del diagrama unifilar (Ejemplo actúa un interruptor) cambiando bruscamente la distribución de potencias y comenzando el mismo cálculo para el nuevo estado con otras condiciones de borde.

Para la determinación de las condiciones iniciales y la resolución de las ecuaciones del sistema, se desarrollan los siguientes pasos:

1. Estudio de flujo de potencias
 - a) Cálculo de parámetros de líneas e impedancias de transformadores.
 - b) Preparación de las condiciones iniciales (Estimación de demanda máxima, distribución de la generación y posición de conmutadores).
 - c) Determinación de los flujos de potencia .
2. Cálculo del diagrama de impedancias (Malla de secuencia positiva).
 - a) Máquina equivalente de las centrales.
 - b) Impedancia de carga equivalente.
 - c) Impedancia de falla equivalente
3. Construcción de las matrices de admitancia de barras para cada estado del sistema.
4. Reducción de las matrices de admitancia de orden n (Nº total de barras) al número de nudos ficticios de generación.
5. Cálculo de los parámetros de las máquinas equivalentes (Constantes de inercia, energía cinética, etc.)
6. Determinación de las curvas de oscilación de cada una de las máquinas para los diferentes casos.

Ampliación de alguno de los pasos anteriores

1.- El cálculo de los parámetros de líneas y transformadores se realiza a partir de los datos de la configuración del sistema y las condiciones de demanda propuesta; como por ejemplo demanda máxima.

A continuación se corre un programa de flujos de potencia obteniéndose los valores de potencia a la salida de cada generador y los respectivos niveles de tensión con su fase.

2.- Diagrama de impedancias.

a) Máquinas equivalentes: Las máquinas de una central pueden remplazarse por una máquina equivalente, ya que siendo sus características similares y estar fuertemente acopladas eléctricamente, están obligadas a oscilar juntas.

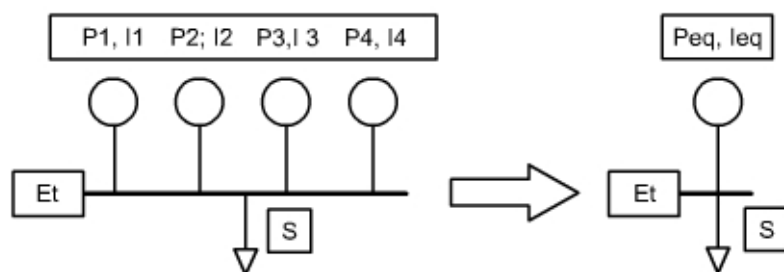


Fig 14

Considerando que $I = \frac{P}{\omega \cdot \omega}$ [47], es decir el momento de inercia de una masa retórica es igual a la potencia necesaria para acelerarla. Luego la potencia necesaria para imprimirle la misma aceleración a un grupo de n máquinas será:

$$P_{eq} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n \quad [48]$$

Dividiendo ambos miembros por $\alpha \cdot \omega$ resulta:

$$\frac{P_{eq}}{\alpha \cdot \omega} = \frac{P_1}{\alpha \cdot \omega} + \frac{P_2}{\alpha \cdot \omega} + \dots + \frac{P_n}{\alpha \cdot \omega} \quad [49]$$

Luego, reemplazando [47] en [49] resulta:

$$I_{eq} = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n$$

En igual forma podemos reemplazar las fem y reactancias de cada máquina por un equivalente de Thevenin como se muestra en la Fig 14 donde:

$$\frac{1}{X'_{deq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{X'_i}$$

$$E_{eq} = E_t + I_t \cdot (r_{eq} + jX'_{deq})$$

Representación de las cargas

Las cargas se consideran como sumideros de corriente constante durante el período transitorio y se representan por una impedancia o admitancia a tierra que consume la potencia correspondiente.

$$\text{Admitancia de carga: } Y = \frac{S}{V^2}$$

Donde:

S = Potencia compleja consumida

V = Tensión en la barra de carga

Impedancia de falla

Es la impedancia vista desde el punto de falla hacia las máquinas sincrónicas. Para la determinación de la impedancia equivalente habrá que tener en cuenta el tipo de falla a considerar

Construcción de las matrices de admitancia

De acuerdo al estado a considerar (Antes de la falla, durante la falla, después de la falla, etc) será la matriz. En consecuencia habrá varias matrices que representan al sistema de acuerdo a su estado.

Las matrices de admitancia de barras se forman a partir de la malla de secuencia positiva.

Estudio de estabilidad transitoria con analizador de redes

Finalmente digamos que el empleo de un analizador de redes (ca) para realizar un estudio de estabilidad transitoria en un sistema de varias máquinas, utiliza al analizador de redes para determinar las potencias acelerantes en cada intervalo, siguiendo básicamente los siguientes pasos:

1. Se arma en el cuadro del analizador de redes el sistema a estudiar sin incluir en los generadores las reactancias transitorias de estos.
2. Se obtiene un flujo para las condiciones planteadas como instancia previa a cualquier falla o fenómeno transitorio. Este estudio se realiza fijando en (n-1) barras de generación la potencia activa y tensión, dejando una barra flotante a la cual solo se le fija la tensión. Una vez aceptado el flujo, quedarán determinados automáticamente los ángulos δ_i de cada máquina, tomándose como referencia la barra flotante. Debe aclararse que el analizador de redes opera en estas circunstancias con sistemas de realimentación que acomodan los ángulos de potencia en forma automática.
3. A partir del flujo de potencia obtenido; en el cual se considera que las potencias eléctricas medidas son aproximadamente iguales a las potencias mecánicas; se procede a la desconexión de los automatismo que variaban los ángulos δ_i automáticamente, se introducen las reactancias transitorias de los generadores y se ajustan las fem de estos de manera de reproducir los valores de potencias obtenidos en el paso (2). De aquí en más los ángulos δ_i serán ajustados manualmente cada vez que se realicen los cálculos de incremento o decremento (método paso a paso). Para ello habrá que determinar las potencias acelerantes para lo cual se introducirán en el sistema armado en el analizador las modificaciones que correspondan de acuerdo a la perturbación propuesta (apertura de interruptores, falla monofásica, bifásica o trifásica, etc.). La potencia acelerante de cada máquina será la que resulte de la diferencia entre la potencia obtenida en el flujo y la nueva potencia medida.
4. Con la potencia acelerante de cada máquina se calcula por el método paso a paso los nuevos ángulos de potencia δ_i , los cuales se ajustarán manualmente en cada máquina, obteniéndose una nueva distribución de potencias (nuevo flujo). En estas condiciones se procede a medir las nuevas potencias y determinar las nuevas potencias acelerantes. El proceso se repite hasta obtener suficiente cantidad de puntos o hasta que las condiciones de operación varíen. En este último caso se deberán hacer los ajustes en el cuadro del analizador y reiniciar el proceso de medición de potencias acelerantes y cálculo de nuevos ángulos.

Recordemos que los intervalos a considerar para cada medición podrán oscilar entre 25 y 50 ms, por lo que un estudio que abarque 1 segundo demandará realizar entre 20 y 40 mediciones y cálculos por cada generador del sistema.

ANEXO I

CARACTERISTICAS DE GRUPOS MOTO ALTERNADOR (Datos de AYEE sec. Tucumán)									
CENTRAL	MOTO – GENER.	COND. DE SERVICIO			X TRANSF.	GD		E.CINET	M
		KV	KVA	rpm		MOTOR	GEN	MJ	MJ.seg
ESCABA	HITACHI	13,2	10000	600	25	4800	58000	123,9	0,01375
LULES	WESTING HOUSE	4,15	1250	600	30	3000	8000	21,71	0,00241
LULES	GE	4,15	3250	600	25	5000	13000	35,53	0,00394
INDEPEND	BRUSH	13,2	14300	3000	18	500	1040	76	0,00845
SARMIENTO	SULZER	13,2	2700	231	33	56800	15000	21,01	0,00234
SARMIENTO	AEG	10,5	15000	1500	15	500	1000	18,5	0,00206
EL CADILLAL	SE	13,2	6500	500	35	1000	63000	87,7	0,00975
ET SUR		13,2	10000	1000	40		15000	82,25	0,00915
CATAMARCA	POLAR / ASEA	13,2	3800	231	33	80000	20000	29,26	0,00326
CATAMARCA	SULZER / MWM	6	1250	250	25	19200	15000	8,29	0,00092
CATAMARCA	FIAT / SIAM	13,2	1600	1000	40		1151	6,31	0,00070
FRIAS	FIAT / CEE	0,38	670	428	30	1197	1000	2,21	0,000245
ROCA	SULZER / DERLIKON	13,2	2500	250	25	38400	12000	17,27	0,00192